

Álgebra dos Vetores  
por  
Milton Procópio de Borba

**I - Vetores no Plano - Distâncias**

1.1. Ponto:  $P(x,y) \Rightarrow$  unidimensional

1.2. Vetor:  $v = [x,y]$

módulo =  $|v| = \sqrt{x^2 + y^2}$

direção = reta passando por  $O(0,0)$  e  $P(x,y)$  ou paralela

sentido = de  $O$  para  $P$

2.a) Soma / diferença:  $[a,b] \pm [x,y] = [a \pm x, b \pm y]$

2.b) Múltiplo (paralelo):  $k.[x,y] = [kx, ky]$ , se  $k$  é escalar

1.3 Vetores Básicos:  $i = [1, 0]$  = unitário na direção  $OX$

$j = [0, 1]$  = unitário na direção  $OY$

$v = [a, b] = a.i + b.j$

1.4. Relação Ponto - Vetor:

Mais geralmente, se  $v$  é o vetor que vai do ponto  $A(a,b)$  para o ponto  $B(x,y)$ , então

$v = [x-a, y-b] = [x,y] - [a,b] = V_B - V_A \Rightarrow V_B = V_A + v$

1.5. Distância entre pontos  $A(x,y)$  e  $B(a,b)$ :  $D_{AB} = |V_B - V_A|$

1.6. Ponto médio entre pontos  $A(x, y)$  e  $B(a, b)$ :  $M( (x+a)/2, (y+b)/2)$

**II - Vetores no Espaço**

2.1. Vetor:  $v = [x,y,z]$

módulo =  $|v| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

direção = reta passando por  $O(0,0,0)$  e  $P(x,y,z)$  ou paralela

sentido = de  $O$  para  $P$

1.a) Soma / diferença:

$[a,b,c] +/- [x,y,z] = [a +/- x, b +/- y, c +/- z]$

1.b) Múltiplo (paralelo):  $k.[x,y,z] = [kx,ky,kz]$ , se  $k$  é escalar

2.2 Vetores Básicos:  $i = [1, 0, 0]$

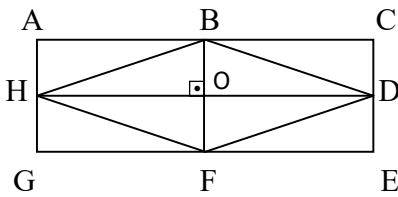
$j = [0, 1, 0]$

$k = [0, 0, 1]$

$v = [a, b, c] = a.i + b.j + c.k$

## Exercícios

- 1) Considere os vetores  $\mathbf{u} = (1, -3, 6)$  e  $\mathbf{v} = (7, 2, 4)$ .
  - a) Calcule os vetores  $\mathbf{r} = \mathbf{u} + 2\mathbf{v}$  e  $\mathbf{s} = \mathbf{v} - \mathbf{u}$ .
  - b) Encontre os vetores paralelos ao vetor  $\mathbf{s}$  com módulo 10.
  - c) Qual o vetor unitário de  $\mathbf{r}$ ?
- 2) Represente na mesma figura, todos os vetores envolvidos na questão 1)
- 3) Sejam os pontos A (2, 4, 7), B(0, 1, 5) e C(-2, 4, 8).
  - a) Qual o perímetro do triângulo ABC?
  - b) Qual o vetor de módulo 5 paralelo a AC?
  - c) Se representarmos o vetor BC, a partir do ponto A, terminaremos em que ponto?
  - d) Qual o ponto D para que ABDC seja os 4 vértices consecutivos de um paralelogramo?
- 4) Represente na mesma figura, todos os pontos e vetores envolvidos na questão 3)
- 5) Se M(2, 6, -2) e N(0, -5, 3) quais os pontos que dividem o segmento MN em
  - a) dois segmentos iguais?
  - b) três segmentos iguais?
  - c) cinco segmentos iguais?
- 6) Com base na figura abaixo (losango BDFH inscrito no retângulo ACEG e O é ponto de interseção das diagonais do losango), determine Verdadeira (V) ou Falsa (F) cada uma das afirmações abaixo:



- |  |  |
|--|--|
| a) $\overline{AE} = \overline{GC}$ ( )             | e) $\overline{OD} \perp \overline{HA}$ ( )     |
| b) $ \overline{HB}  = 2 \cdot  \overline{AE} $ ( ) | f) $\overline{AE} \perp \overline{GC}$ ( )     |
| c) $\overline{OG} = -\overline{FD}$ ( )            | g) $\overline{HB} \parallel \overline{CG}$ ( ) |
| d) $ \overline{AG}  =  \overline{FB} $ ( )         | h) $(D - F) \parallel (B - G)$ ( )             |

- 7) Sendo  $\vec{u} = (2, -1, c)$ ,  $\vec{v} = (a, b - 2, 3)$  e  $\vec{w} = (4, -1, 0)$ , determine os valores de “a”, “b” e “c”, de modo que  $3\vec{u} - 4\vec{v} = 2\vec{w}$ .
- 8) Decida se é verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das afirmações abaixo.
  - ( ) Os vetores  $3\vec{v}$  e  $-4\vec{v}$  são paralelos e de mesmo sentido.
  - ( ) Se  $\vec{u} \parallel \vec{v}$ , então  $|\vec{u}| = |\vec{v}|$ ,
  - ( ) Se  $\vec{u} \parallel \vec{v}$ ,  $|\vec{u}| = 2$  e  $|\vec{v}| = 4$ , então  $\vec{v} = 2\vec{u}$  ou  $\vec{v} = -2\vec{u}$ .
  - ( ) Se  $|\vec{u}| = |\vec{v}|$ , então  $\vec{u} = \vec{v}$ .
- 9) Dado o vetor  $\vec{v} = (2, -1, -3)$ , determine o vetor  $\vec{t}$  paralelo a  $\vec{v}$ , que tenha sentido contrário ao de  $\vec{v}$  e três vezes o módulo de  $\vec{v}$ .
- 10) Considere o paralelepípedo representado no esquema feito ao lado. Conhecendo-se os vértices B(1, 2, 3), D(2, 4, 3) E(5, 4, 1) e F(5, 5, 3), determine as coordenadas do vértice A

