

## Exercícios

**“Gasta-se menos tempo fazendo a coisa certa, do que explicando porque a fizemos errada.”**

H. W. Longfellow

**01.** Pede-se a soma das assertivas verdadeiras:

- 01) A superfície quádrlica  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 2x - 4z + 2 = 0$  é simétrica ao plano cartesiano  $xz$ ;
- 02) A superfície  $x^3 + y - 3z = 0$  é simétrica em relação à origem;
- 04) A superfície quádrlica  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x = 0$  passa pela origem, é simétrica em relação aos planos  $xz$  e  $xy$  e em relação ao eixo  $x$ ;
- 08) A superfície quádrlica  $2x^2 + 3y^2 - 2z^2 - 4 = 0$  não passa pela origem e é simétrica em relação aos eixos e planos coordenados e em relação à origem;
- 16) A equação  $x^2 - y^2 = 2$  representa no  $E^3$  uma hipérbole;
- 32) Toda superfície cilíndrica é uma quádrlica;
- 64) A superfície quádrlica  $y^2 + z^2 = 2x$  é simétrica em relação aos planos  $xz$  e  $xy$ , em relação ao eixo  $x$  e passa pela origem.

Resp.: 79 (V, V, V, V, F, F, V)

**02.** Verificar se os pontos  $A = (1, 1, 0)$  e  $B = (1, 1, 3)$  pertencem à superfície quádrlica  $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 3y - z - 3 = 0$ .

Resp.:

**03.** Representar no  $E^2$  e no  $E^3$  a equação  $y^2 - 4 = 0$ .

Resp.:

a) no  $E^2$

b) no  $E^3$

**04.** Representar no  $E^2$  e no  $E^3$  a equação  $x^2 - y^2 = 0$ .

Resp.:

a) no  $E^2$

b) no  $E^3$   
- ▲

**05.** Identificar a curva  $\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ z = 4 \end{cases}$

2. Dada a superfície quádrlica  $x^2 + z - 4 = 0$ , calcular:

a) **as interseções com os eixos cartesianos:**

Resolução:

- com o eixo  $x \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$
- com o eixo  $y \Rightarrow$  não há interseção
- com o eixo  $z \Rightarrow z - 4 = 0 \Rightarrow z = 4$

b) **os traços nos planos coordenados:**

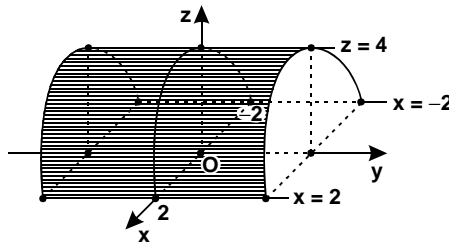
- no plano  $xy$  ( $z = 0$ )  $\Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow$  retas de equações  $x = 2$  e  $x = -2$
- no plano  $xz$  ( $y = 0$ )  $\Rightarrow$  parábola  $x^2 = 4 - z$  de vértice  $V = (0, 0, 4)$  e concavidade voltada para baixo.
- no plano  $yz$  ( $x = 0$ )  $\Rightarrow$  reta  $z = 4$ .

c) **a condição de existência (domínio)**

A superfície quádrlica  $x^2 = 4 - z$  só tem existência para  $4 - z \geq 0$  ou  $z \leq 4$ .

d) **a simetria:** A quádrlica  $x^2 + z - 4 = 0$  é simétrica em relação aos planos  $xz$  e  $yz$  e em relação ao eixo  $z$ .

e) **a figura** (denominada superfície cilíndrica parabólica):



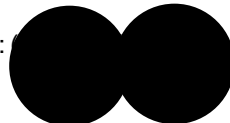
## Exercícios

**“El amor es la sabedoria del tonto y la locura del sabio.”**

*Provérbio espanhol*

**01.** Obter os pontos de interseção da quádrlica  $x^2 + y^2 + z^2 - 5x + 6y + z + 6 = 0$  (esfera) com o eixo das abscissas.

Resp.:



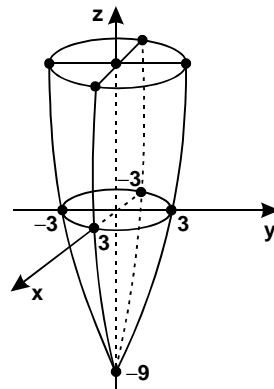
**02.** Dada a equação da superfície quádrlica  $x^2 + 2y^2 + z^2 + 2x + 7y - 4z - 21 = 0$ , identificar a equação do traço no plano  $y=2$ .

**03.** Achar a equação do traço da quádrlica  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  (esfera de  $R=3$ ):

- a) no plano  $z=2$ ;
- b) no plano  $xy$ . Representar graficamente.

**04.** A figura ao lado representa um parabolóide (superfície quádrlica). Considerando as interseções com os eixos e planos cartesianos, bem como o domínio, a sua equação **pode** ser:

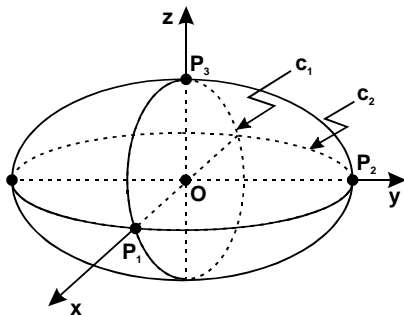
- a)  $x^2 + y^2 - z + 9 = 0$
- b)  $x^2 + 2y^2 - z - 9 = 0$
- c)  $x^2 + y^2 - z - 9 = 0$
- d)  $2x^2 + y^2 - z - 9 = 0$



Res 

**05.** Tem-se abaixo uma superfície quádrlica de equação

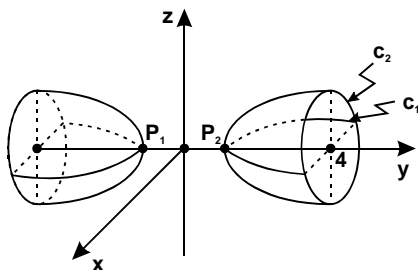
$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} + \frac{z^2}{9} = 1 \text{ (elipsóide)}. \text{ Pedem-se:}$$



- as coordenadas dos pontos  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ ;
- a equação da curva  $c_1$ ;
- a equação da curva  $c_2$ ;
- ~~o estudo da simetria.~~

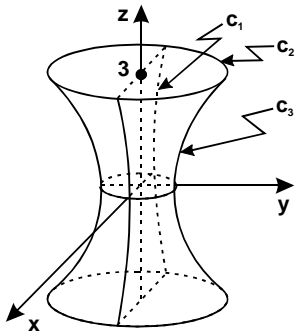
**06.** Figura-se no presente exercício uma superfície quádrlica de

$$\text{equação } \frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{2} - \frac{z^2}{3} = 1 \text{ (hiperbolóide de duas folhas)}. \text{ Pedem-se:}$$



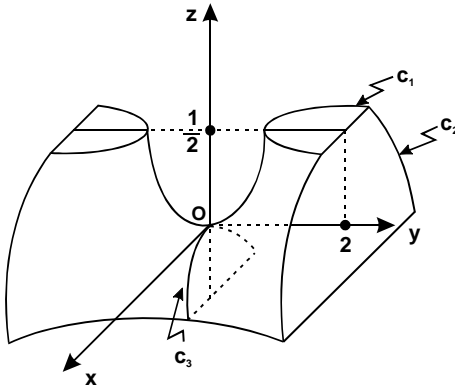
- as coordenadas de  $P_1$  e  $P_2$ ;
- a equação da curva  $c_1$ ;
- a equação da curva  $c_2$ ;
- ~~a simetria em relação aos eixos e planos coordenados e à origem.~~

**07.** No presente exercício figura-se uma superfície cognominada hiperbolóide de uma folha, cuja equação é  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$ . Solicitam-se:



- os pontos de interseção com os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ ;
- a equação da curva  $c_1$ ;
- a equação da curva  $c_2$ ;
- a equação da curva  $c_3$ ;
- ~~o estudo da simetria.~~

**08.** Abaixo representa-se a quádrica  $z = -\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4}$  (parabolóide hiperbólico ou sela de cavalo). Pedem-se:



- a) a equação da curva  $c_1$ ;
- b) a equação da curva  $c_2$ ;
- c) a equação da curva  $c_3$ .

Resposta:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a)} \\ \text{b)} \\ \text{c)} \end{array} \right\} \begin{cases} \frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{1} = 1 & \left( \text{hipérbole no plano } z = \frac{1}{2} \right) \\ z = \frac{1}{2} \end{cases}$$

## TEMPOS DE GLOBALIZAÇÃO

*Certo dia, ao querer respirar os ares do mundo, o rato saiu de seu esconderejo. Após um tempo de silêncio absoluto, ouviu um latido. E pensou: "se há cachorro, é porque o gato anda longe...". Qual o quê! Mal olhou para o lado e só ouviu o miado valente do gato abocanhando-lhe a um só golpe. Ainda assim, o rato conseguiu perguntar:*

*– Desde quando você é bicho que late?*

*A resposta do gato foi contundente:*

*– Nestes tempos de globalização, quem não fala duas línguas, morre de fome...*