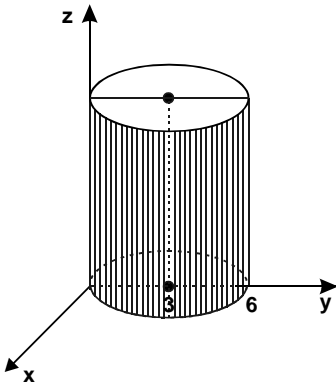


Exercícios

“As mulheres foram feitas para serem amadas e não compreendidas.”

Oscar Wilde (1854-1900), escritor inglês de origem irlandesa.

01. Abaixo figura-se uma superfície cilíndrica **circular**, cujas geratrizes são paralelas ao eixo z . Determine a equação da superfície cilíndrica e a equação de sua diretriz.

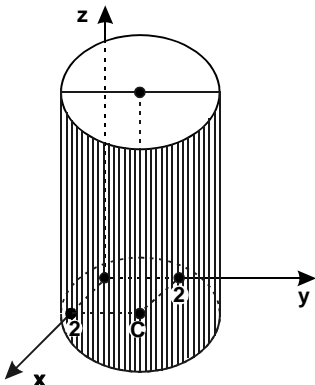


Resp.: $x^2 + y^2 - 6y = 0$ e

$$d \begin{cases} x^2 + y^2 - 6y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

02. Representar a superfície cilíndrica $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

Resp.:

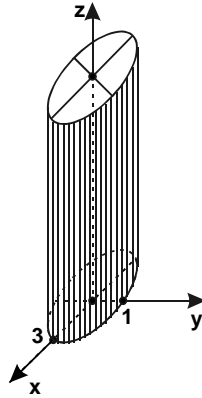


A superfície cilíndrica é **circular** e tem por diretriz uma circunferência no plano xy , $C = (2, 2)$, $R = 3$ e geratrizes paralelas ao eixo z .

$$d \begin{cases} (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 9 \\ z = 0 \end{cases}$$

03. Representar a superfície cilíndrica $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$ e achar a equação da diretriz.

Resp.:

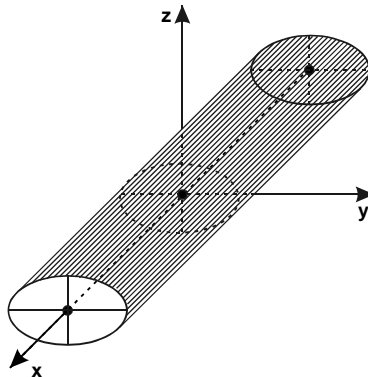


Superfície cilíndrica elíptica com geratrizes paralelas ao eixo z. A diretriz é uma elipse com centro em $O=(0, 0)$, $a=3$ e $b=1$.

Equação da diretriz:
$$d \begin{cases} \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

04. Figurar a superfície cilíndrica $2y^2 + 3z^2 = 3$.

Resp.:

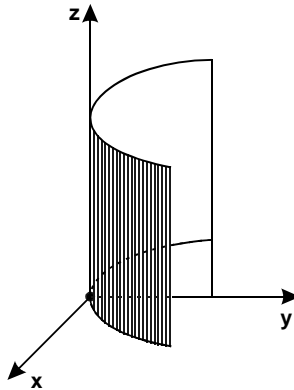


Trata-se de uma superfície cilíndrica elíptica em que o traço no plano yz é uma elipse com $a = \sqrt{\frac{3}{2}}$, $b = 1$ e as geratrizes são paralelas ao eixo das abscissas.

Equação da diretriz:
$$d \begin{cases} 2y^2 + 3z^2 = 3 \\ x = 0 \end{cases}$$

05. Esboce o gráfico da superfície quádrica $y = 2x^2$.

Resp.:

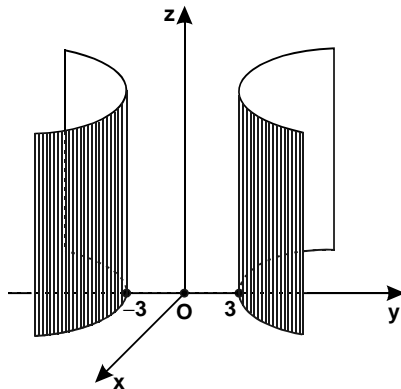


É uma superfície cilíndrica parabólica, cuja diretriz é a parábola $y = 2x^2$, pertencente ao plano xy e as geratrizes são paralelas ao eixo z .

Equação da diretriz:
$$d \begin{cases} y = 2x^2 \\ z = 0 \end{cases}$$

06. Figurar a superfície $y^2 - x^2 = 9$

Resp.:



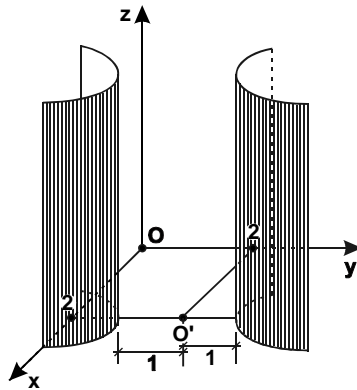
Superfície cilíndrica hiperbólica cuja diretriz é a hipérbole $y^2 - x^2 = 9$ no plano xy e as geratrizes são paralelas ao eixo coordenado z .

A hipérbole tem $O = (0, 0)$ e $a = b = 3$.

Equação da diretriz:
$$d \begin{cases} y^2 - x^2 = 9 \\ z = 0 \end{cases}$$

07. Esboçar a superfície $(y - 2)^2 - (x - 2)^2 = 1$ e calcular a equação da diretriz.

Resp.:

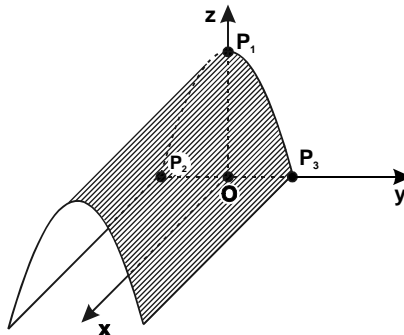


Superfície cilíndrica hiperbólica de geratrizes paralelas ao eixo z . A hipérbole pertence ao plano xy e tem $O' = (2, 2)$ e $a = b = 1$.

Equação da diretriz:
$$d \begin{cases} (y - 2)^2 - (x - 2)^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

08. Esboce o gráfico da superfície cilíndrica $y^2 = 5 - z$. Ache os pontos de interseção com os eixos cartesianos.

Resp.:



É uma superfície cilíndrica parabólica cuja diretriz é a parábola $y^2 = 5 - z$ (de concavidade voltada para baixo) pertencente ao plano yz e geratrizes paralelas ao eixo x .

Equação da diretriz:
$$d \begin{cases} y^2 = 5 - z \\ x = 0 \end{cases}$$

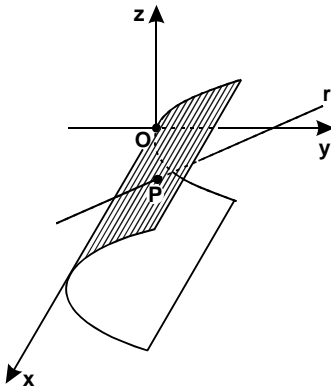
Pontos de interseção com os eixos:

$P_1 = (0, 0, 5); P_2 = (0, -\sqrt{5}, 0)$ e $P_3 = (0, \sqrt{5}, 0)$

09. Achar as coordenadas do ponto P, interseção da superfície cilíndrica $y = z^2$ com a reta $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{0}$.

Resp.: $P = (15, 16, 4)$

SUGESTÃO:



a) Equações paramétricas de r :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 4 \end{cases} \quad \textcircled{1}$$

b) Substituir $\textcircled{1}$ na equação da superfície cilíndrica:
 $2 + t = (4)^2 \Rightarrow t = 14 \quad \textcircled{2}$

c) Levar $\textcircled{2}$ em $\textcircled{1}$.

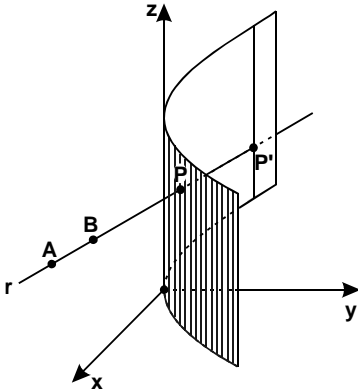
OBSERVAÇÃO:

A reta r é paralela ao plano xy .

10. Achar as coordenadas dos pontos de interseção da superfície quádrlica $x^2 - y^2 + 2z^2 + 1 = 0$ com a reta $r: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{1}$.

Resp.: $P = (-4, 5, 2)$ e $P' = (-25, 26, -5)$

11. Calcular os pontos de interseção da superfície cilíndrica parabólica de equação $x^2 = 4y$, presentemente representada com a reta que passa pelos pontos $A = (11, 4, 2)$ e $B = (5, 2, 2)$.



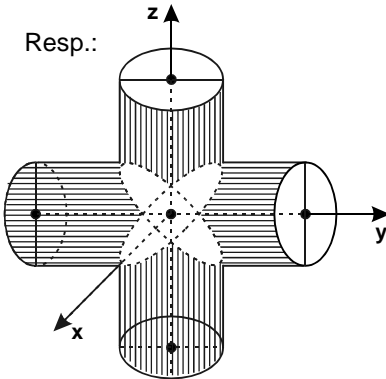
Resp.: $P = (2, 1, 2)$ e

$$P' = \left(\frac{-2}{3}, \frac{1}{9}, 2 \right)$$

12. Representar num sistema cartesiano do E^3 as equações

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + z^2 = 4 \end{cases}$$

Resp.:



2 cilindros cujo raio é 2.

OBSERVAÇÃO:

Os cilindros seccionam-se segundo duas elipses.

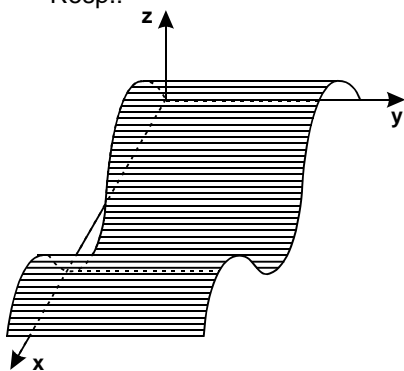
Série B

“Alguns homens parecem ter vindo ao mundo para fecundá-lo com suor e lágrimas. Surgem na face do planeta com a mais nobre e mais bela das intenções: a de torná-lo melhor. Semeiam o bem e plantam a bondade, pela palavra e pelo exemplo.”

João Manoel Simões (n.1938), advogado e escritor português radicado no Paraná.

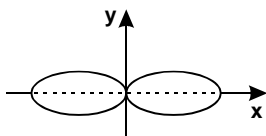
13. Representar a superfície $z = \sin x$.

Resp.:



É uma superfície cilíndrica de geratrizes paralelas ao eixo y e cuja diretriz é um senóide no plano xz (lembra uma placa ondulada de fibro-cimento).

14. A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral ensina que a equação $(x^2 + y^2)^2 = 4(x^2 - y^2)$ - ao lado figurada - representa no E^2 uma curva denominada lemniscata (do grego - λεμνισ - que significa ornato, traço de fita). Representar esta mesma equação no E^3 .



Resp.:

