b) excentricidade (ε);

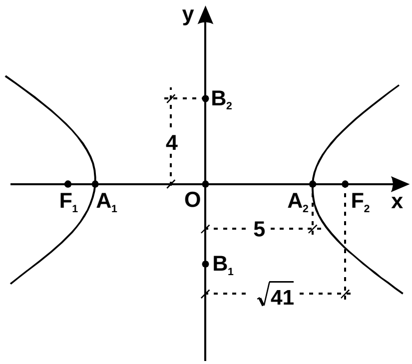
Da equação acima se obtém $a = 5$ e $b = 4$.

Cálculo de c:

$c^2 = a^2 + b^2 = 25 + 16 = 41 \Rightarrow c = \sqrt{41}$

Resp.: $\varepsilon = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{41}}{5}$

c) o gráfico.



Ainda :

$A_1 = (-5, 0)\,;\ A_2 = (5, 0)$

$B_1 = (0, -4);\ B_2 = (0, 4)$

$F_1 = (-\sqrt{41}, 0)\,;\ F_2 = (\sqrt{41}, 0)$

Exercícios

"Para mim, a vida não é uma 'chama breve'. Ela é uma espécie de chama esplendorosa que consegui segurar por algum momento, e quero fazê-la queimar o mais intensamente possível antes de passá-la às futuras gerações."

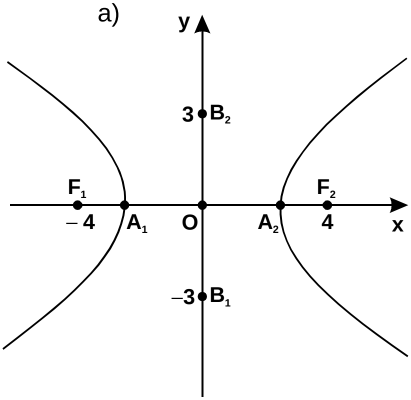
George Bernard Shaw (1856-1950), escritor irlandês.

01. Determinar a distância focal da hipérbole $9x^2 - 16y^2 = 144$.

Resp.: [redacted]

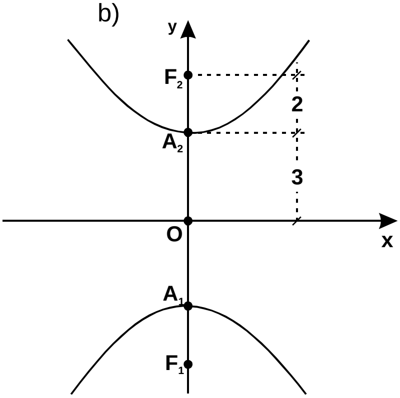
02. Obter as equações das hipérboles abaixo configuradas.

a)



Resp.: [redacted] 1

b)



Resp.: [redacted] 1

03. Equação da hipérbole com focos em $F_1 = (0, 8)$ e $F_2 = (0, – 8)$ e vértices em $(0, 6)$ e $(0, – 6)$.

Resp.: [redacted] 1

04. Equação da hipérbole cuja excentricidade é $\sqrt{5}$ e cuja distância focal é $4\sqrt{5}$. (O centro coincide com a origem e os focos estão sobre o eixo x).

Resp.: [redacted] 1

05. Obter a excentricidade da hipérbole $5x^2 - 5y^2 = k$ (para $k \neq 0$).

Resp.: $\sqrt{2}$

06. Uma hipérbole tem o centro na origem e o eixo real coincide com o eixo x. Ademais, $2b = 6$ e $\varepsilon = \frac{5}{4}$. Determine a sua equação.

Resp.: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

07. Obter a equação da hipérbole de focos em $F_1 = (2, 0)$ e $F_2 = (-2, 0)$ e que passa pelo ponto $P = (\sqrt{3}, 1)$.

Resp.: $x^2 - y^2 = 2$

08. Calcular a equação da hipérbole de centro na origem e eixo real sobre o eixo das ordenadas, que passa pelos pontos $P = \left(0, \frac{6\sqrt{5}}{5}\right)$ e $Q = (4, 6)$.

Resp.[redacted] $= 36$

SUGESTÃO:

a) Equação da hipérbole : $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

b) $P \in$ hipérbole $\Rightarrow a^2 = \frac{36}{5}$

c) $Q \in$ hípérbole $\Rightarrow b^2 = 4$

Série B

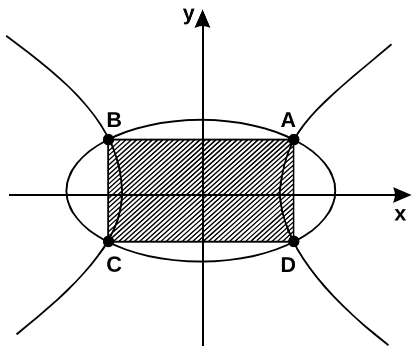
"Como é raro ter o mesmo critério para julgar o próximo e a nós mesmos."

Tomás de Kempis (c. 1380-1471), in Imitação de Cristo.

09. A elipse $2x^2 + 3y^2 = 24$ e a hipérbole $x^2 - y^2 = 5$ se interceptam em4pontosA,B,C,D.Determinaraáreadoretângulo ABCD.

Resp.: $S =$ [redacted].

SUGESTÃO:



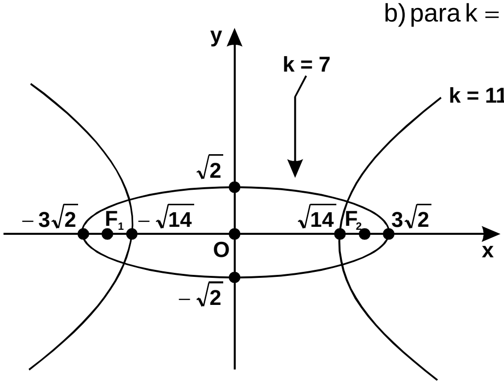
Resolva o sistema:

$$\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 24 \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases}$$

10. Para k = 7 e para k = 11, representar no sistema cartesiano os gráficos de $\dfrac{x^2}{25-k} + \dfrac{y^2}{9-k} = 1$.

Resp.: a) para $k = 7 \Rightarrow$ [redacted] 1

b) para $k = 11 \Rightarrow$ [redacted] $= 1$ ([redacted])



A figura ao lado mostra as duas curvas e observe inclusive que a elipse e a hipérbole têm os mesmos focos $F_1 = (-4, 0)$ e $F_2 = (4, 0)$. São homofocais.

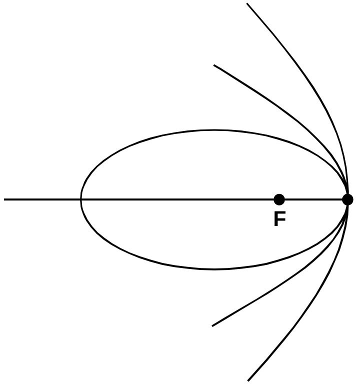
5. ASSÍNTOTAS DA HIPÉRBOLE

a) Definição

Na figura que vem a seguir observe a hipérbole e o retângulo, cujos lados são 2a e 2b.

As retas r_1 e r_2 que contêm as diagonais desse retângulo são chamadas de ASSÍNTOTAS da hipérbole. A distância de um ponto P da hipérbole à assíntota tende para zero quando o ponto P da hipérbole se afasta para o infinito.

8. APLICAÇÕES PRÁTICAS DE UMA HIPÉRBOLE
(Leitura Complementar)



a) **Mecânica Celeste:** dependendo de sua velocidade, um cometa tem uma órbita elíptica, parabólica ou hiperbólica (o foco coincide com o Sol). Vide figura à esquerda.

b) Em Mecânica dos Fluidos e em alguns problemas referentes ao fluxo estacionário de eletricidade são utilizadas hipérboles homofocais (demesmofoco).

c) O sistema LORAN (longe range navigation) e o sistema DECCA de navegação aérea usam a hipérbole. Da Terra, concomitantemente são transmitidos sinais de rádio de dois pontos fixos F_1 e F_2 que são captados pelo aeroplano em P, ao longo de t_1 e t_2 segundos, respectivamente. A diferença entre t_1 e t_2 determina 2a e assim se obtém a característica da hipérbole na qual está P.

Igualmente na navegação marítima utilizam-se sistemas hiperbólicos: o sistema RADUX (de baixíssima freqüência) e o sistema LORAC (de ondas contínuas para observações de grande precisão).

Exercícios

1. Pede-se para construir o gráfico de cada equação:

a) $x^2 + y^2 = 9$

b) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

c) $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} = 1$

d) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

e) $y^2 - x = 0$

f) $x^2 - y^2 = 0$

g) $x^2 + y^2 = 0$

h) $x^2 - 4 = 0$

i) $x^2 + 2y^2 = -1$

Exercícios

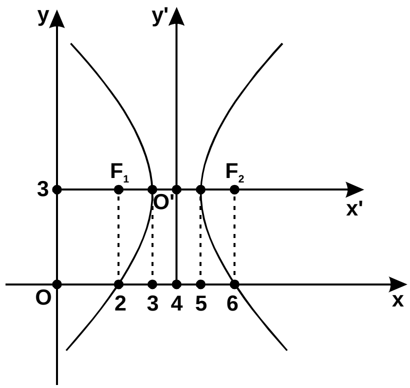
"90% dos problemas de aprendizagem não estão no cerébro e sim na afetividade."
Dr. Egídio Romanelli, prof. da UFPR, psicólogo
com pós-doutorado na França.

01. Uma hipérbole tem equação $\frac{(x-1)^2}{7} - \frac{(y-2)^2}{2} = 1$. Pede-se as coordenadas dos focos.

Resp.: F[redacted] e F[redacted]

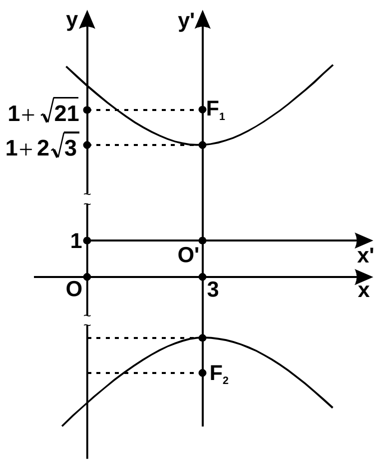
02. Calcular as equações das hipérboles abaixo representadas:

a)



Resp.: [redacted]

b)



Resp.: [redacted]

03. Equação da hipérbole sabendo-se que um dos focos é $F = (-2, 2)$, o centro é $O' = (-2, -1)$ e $2a = 4$.

Resp.: [redacted]

04. Obter a equação da hipérbole de eixos paralelos aos eixos cartesianos com focos em (1, 0) e (1, 4) e excentricidade igual a 3.

Resp.: [redacted]

05. Achar a equação da hipérbole de centro em (1, 0), um foco em $(1+\sqrt{2}, 0)$ e um vértice em (0, 0).

Resp[redacted]

06. Equações das assíntotas da hipérbole $\frac{(x-2)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1.$

Resp.: $3x - 4y - 10 = 0$ e $3x + 4y - 2 = 0$

07. Obter a excentricidade da hipérbole $x^2 - 3y^2 + 2x + 24y = 44.$

Resp.: 2

08. Determinar as coordenadas dos focos da hipérbole $x^2 - 2y^2 - 6x + 8y - 1 = 0$

Resp.: F_1 [redacted]

Série B

"Brasil: fraude explica".
Carlito Maia (1924-2002), pensador e publicitário mineiro.

09. Calcular as equações das assíntotas da hipérbole $y^2 - x^2 + 4y + 4x - 1 = 0.$

Resp.:[redacted] 0

SUGESTÃO:

Utilize as fórmulas de translação para obter o centro $O' = (2, -2)$ e a equação canônica $\frac{y'^2}{1} - \frac{x'^2}{1} = 1$ (onde $a = 1$ e $b = 1$). Como o eixo real é paralelo ao eixo y, as equações das assíntotas têm a forma $y - y_o = \pm\frac{a}{b}(x - x_o)$.