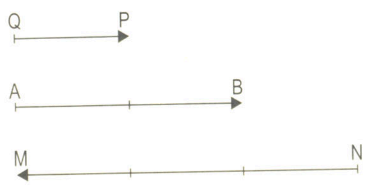



$(B - A) = 2(P - Q)$

$(P - Q) = \frac{1}{2}(B - A)$

$(M - N) = -3(P - Q)$

$(B - A) = -\frac{2}{3}(M - N)$

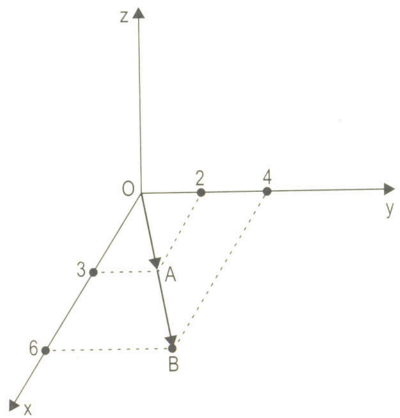
## VETORES REPRESENTADOS POR TRIPLAS

Sejam $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$. Pelo teorema, $\vec{u}$ é paralelo a $\vec{v}$ se, e somente se, existir um número real k tal que $\vec{v} = k\vec{u}$; ou ainda, $(x_2, y_2, z_2) = k(x_1, y_1, z_1)$. Explicitando o k, obtém-se a condição de paralelismo dos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{z_2}{z_1} (= k)$$

**Convenção**:
A nulidade de um dos denominadores implica na nulidade do correspondente numerador.

**Exemplo:**




São paralelos os vetores
$\vec{u} = (3, 2, 0)$ e $\vec{v} = (6, 4, 0)$.

Na figura ao lado, $\vec{u} = (A - O)$ e $\vec{v} = (B - O)$. Observe que $\vec{v} = 2\vec{u}$, e que em particular os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ têm imagens geométricas no plano xy.





# Exercícios

"Sempre se ouvirão vozes em discordância, expressando oposição sem alternativa; discutindo o errado e nunca o certo; encontrando escuridão em toda a parte e procurando exercer influência sem aceitar responsabilidades."

*John F. Kennedy (1917-1963), presidente dos EUA.*

**01.** Determinar x, sabendo-se paralelos os vetores:

a) $\vec{u} = (1, 3, 10)$ e $\vec{v} = (-2, x, -20)$

b) $\vec{v} = (0, 2, x)$ e $\vec{w} = (0, 3, 6)$

c) $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$ e $\vec{v} = x\vec{i} - 9\vec{j} - 3\vec{k}$

Resp.: [redacted]

**01.** Sendo A, B, C, D vértices consecutivos de um paralelogramo, calcular as coordenadas do vértice D.

Dados: A = (1, 3), B = (5, 11) e C = (6, 15)

Resp.: [redacted]

**02.** Seja ABDC um paralelogramo de vértices consecutivos na ordem escrita. Achar o vértice A, sabendo-se que B = (0, 1, 3), C = (2, 3, 5) e D = (−1, 0, 2).

Resp.: [redacted]

**03.** Provar que os pontos A = (3, 1, 5), B = (2, 0, 1) e C = (4, 2, 9) são colineares.

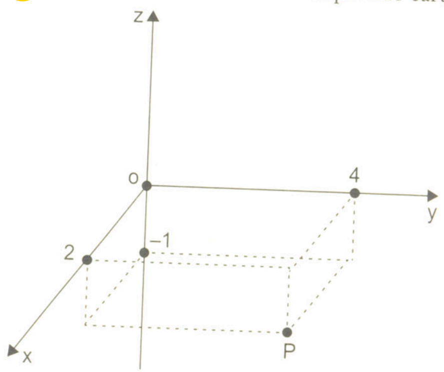
**SUGESTÃO**


Por exemplo: os vetores (C – A) e (B – A) devem ser paralelos.

**04.** Calcular x e y sabendo que os pontos A = (1, –1, 3), B = (x, y, 5) e C = (5, –13, 11) são colineares.

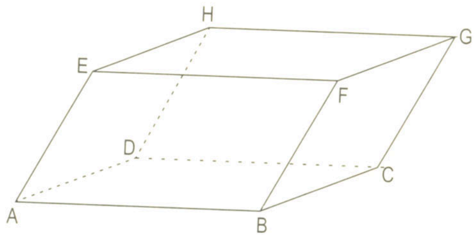
Resp.: x = 2 e y = –4

**05.** Na figura abaixo, obter a expressão cartesiana do vetor (P – O).




Resp.: [redacted]

**06.** Seja o paralelepípedo representado na figura. Conhecendo-se os vértices B = (1, 2, 3), D = (2, 4, 3), E = (5, 4, 1) e F = (5, 5, 3), pedem-se os vértices A e G.




Resp.: [redacted]

## Série B

"Uns nasceram para o martelo, outros para a bigorna."

*François M. Voltaire (1694-1778), escritor francês.*

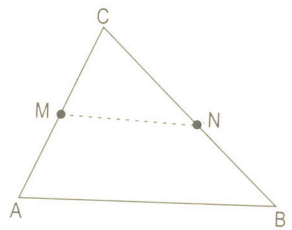
A Geometria Plana apresenta alguns próceros teoremas. Demonstre-os vetorialmente.





**07.** O segmento que une os pontos médios de dois lados de um triângulo é paralelo ao terceiro lado e igual à sua metade.

### SUGESTÃO



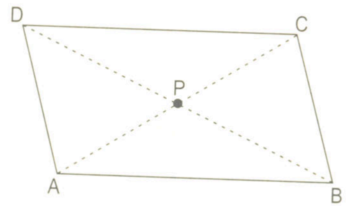

$M = \frac{A + C}{2}$ e $N = \frac{B + C}{2}$

Faça:

$(M - N) = \frac{A + C}{2} - \frac{B + C}{2} = \frac{1}{2}(A - B)$

**08.** As diagonais de um paralelogramo se bissecam.

### SUGESTÃO



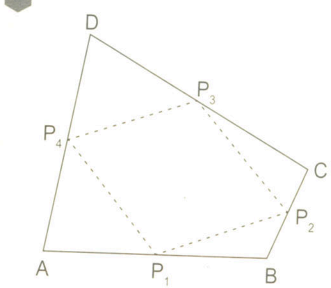

$P = \frac{A + C}{2} = \frac{B + D}{2}$

donde: $(A + C) = (B + D)$

ou $(A - B) = (D - C)$

**09.** Os pontos médios dos lados de um quadrilátero qualquer são vértices de um paralelogramo.

### SUGESTÃO




$P_1 = \frac{A + B}{2}$; $P_2 = \frac{B + C}{2}$;

$P_3 = \frac{C + D}{2}$; $P_4 = \frac{A + D}{2}$;

subtraindo-se membro a membro:

$(P_1 - P_2) = \frac{1}{2}(A - C)$

$(P_4 - P_3) = \frac{1}{2}(A - C)$