

- 1) Dada  $T(t,x) = 8e^{-(\pi/3)^2 t} \text{sen}(\pi x/3)$ , calcule  $\partial T/\partial t$  e  $\partial^2 T/\partial x^2$ .  
**Resp.:  $-\pi^2 T/9 = -8\pi^2 e^{-(\pi/3)^2 t} \text{sen}(\pi x/3)/9$ ,**
- 2) Dada  $f(x,y) = x^2 t + xy^2$ , calcule  $\partial f/\partial x$  e  $\partial^2 f/\partial y^2$ . **Resp.:  $2xt + y^2$  e  $2x$**
- 3) Dada  $y = 3t^2 x + 2\text{sen}(tx)$ , calcule  $\partial^2 y/\partial x^2$  e  $\partial^2 y/\partial t^2$ . **Resp.:  $-2t^2 \text{sen } tx$  e  $6x - 2x^2 \text{sen } tx$**
- 4) Dada  $F(t,x,y,z) = 3t^2 x^2 yz^3 + 2t^2 \text{sen } x^2 yz^3$ , calcule as primeiras derivadas e  $\partial^2 F/\partial t \partial y$  e  $\partial^2 F/\partial y \partial t$ .  
**Resp.:  $tx^2 z^3(6 + 4\cos x^2 yz^3)$**
- 5) Dada  $z = 2F^2 + 3G$ , com  $F = x^2 y + y$  e  $G = x + y^2$ , calcule  $\partial z/\partial x$  em  $(x,y) = (1/2, 1)$ . **Resp.: 8**
- 6) Dado que  $x^2 y^3 + x^3 y^2 + xy + x + y = 9$ , calcule  $\partial y/\partial x$ . **Resp.:  $-(2xy^3 + 3x^2 y^2 + y + 1)/(2x^3 y + 3x^2 y^2 + x + 1)$**
- 7) a) Dado que  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ , calcule  $\partial z/\partial y$ . **Resp.:  $-y/z$**   
 b) Dado que  $x^2 y^2 + z^2 = 25$ , calcule  $\partial z/\partial y$ . **Resp.:  $-x^2 y/z$**
- 8) Se  $z^2 + 2/x = \sqrt{y^2 - z^2}$ , mostre que  $x^2 z_x + (1/y)z_y = 1/z$
- 9) Calcule  $z_x$  e  $z_y$  em  $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$ . **Resp.:  $-c^2 x/a^2 z$  e  $-c^2 y/b^2 z$**
- 10) Um gás perfeito ( $k = 8 \text{ atm.cm}^3/\text{K}$ ) registra um volume de  $100\text{cm}^3$  na temperatura de  $90^\circ\text{C}$ .  
 Calcule a taxa de variação da pressão por  $^\circ\text{C}$  num processo isométrico. **Resp.:  $0,08\text{atm}/^\circ\text{C}$**   
 Calcule a taxa de variação do volume por  $\text{atm}$  num processo isotérmico. **Resp.:  $-(1250/363)\text{cm}^3/\text{atm}$**
- 11) Um cone, num certo instante tem raio de  $0,5\text{m}$  e altura de  $1\text{m}$ .  
 Seu raio aumenta com velocidade de  $0,1\text{m/s}$  e sua altura com velocidade de  $0,05\text{m/s}$ .  
 Calcule a velocidade com que seu volume aumenta e expresse o volume como função do tempo.  
**Resp.:  $V' = 3\pi/80 \text{ m}^3/\text{s}$  e  $V = \pi/12 + 3\pi/80$**
- 12) Uma lata fechada, metálica, na forma de um cilindro circular reto, tem internamente,  $9\text{cm}$  de altura e  $2\text{cm}$  de raio. Use diferencial para ter uma estimativa do volume de material usado com  $0,1\text{cm}$  de espessura. Calcule, ainda, para comparar, o volume correto de material.  
**Resp.:  $22\pi/5 \text{ cm}^3 \approx 13,82 \text{ cm}^3$  e  $1143\pi/250 \text{ cm}^3 \approx 14,36 \text{ cm}^3$**
- 13) Uma caixa retangular, tem internamente, as medidas  $12\text{cm}$ ,  $8\text{cm}$  e  $6\text{cm}$  (de altura). Com espessura das paredes laterais de  $0,2\text{cm}$  e do fundo de  $0,3\text{cm}$ , use diferencial para ter uma estimativa do volume de material usado. Calcule, ainda, para comparar, o volume correto de material.  
**Resp.:  $76,8 \text{ cm}^3$  e  $80,208 \text{ cm}^3$**
- 14) a) Encontre os pontos críticos das funções:  
 $U(x,y) = 18x^2 - 32y^2 - 36x - 128y - 110$  **Resp.:  $(1, -2)$**   
 $V(t,y) = t^2 + y^2 - 2t + y + 2$  **Resp.:  $(1, -1/2)$**   
 $W(t,x) = t^3 + x^3 - 18tx$  **Resp.:  $(0, 0)$  e  $(6, 6)$**   
 $W_1(t,x) = t^2 + x^3 - 18tx$  **Resp.:  $(0, 0)$  e  $(486, 54)$**   
 $f(r,s) = 4rs^2 - 2r^2s - r$  **Resp.:  $(0, 1/2)$  e  $(0, -1/2)$**   
 b) Analise a natureza (max, mín ou sela?) destes pontos críticos

- 15) Determine as dimensões de uma caixa retangular, sem tampa, para que nela caibam  $108\text{cm}^3$ , com o menor consumo de material para suas paredes. **Resp.: base quadrada de  $36\text{cm}^2$  e altura de  $3\text{cm}$**
- 16) Determine as dimensões de uma caixa retangular, sem tampa, com máximo volume e quantidade de material fixa  $S$ . **Resp.: base quadrada de lado  $(1/3)\sqrt{3S}\text{ cm}$  e altura de  $(1/6)\sqrt{3S}\text{ cm}$**
- 17) Alguns correios exigem que o perímetro da base somada com a altura não passe de  $84\text{cm}$ . Qual o maior volume que pode ser enviado ? **Resp.:  $5488\text{cm}^3$**
- 18) Determine o(s) ponto(s) críticos da função dada por  $f(x,y) = 2x^2 - 2xy + y^2 + 3x - 5$   
**Resp.:  $(-3/2, -3/2)$**
- 19) Quais as dimensões mais econômicas de uma caixa (sem tampa) de  $5\text{ litros}$  com o fundo e uma das faces laterais custando ( por  $\text{dm}^2$  ) o dobro das outras três faces?

**Resp.: face cara quadrada de lado  $\sqrt[3]{\frac{10}{3}}\text{ dm} \approx 1,49\text{ dm}$  e comprimento de  $\frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{10}{3}}\text{ dm} \approx 2,24\text{ dm}$**

- 20) Uma "lata" tem o fundo com o formato ao lado e altura  $h$ .

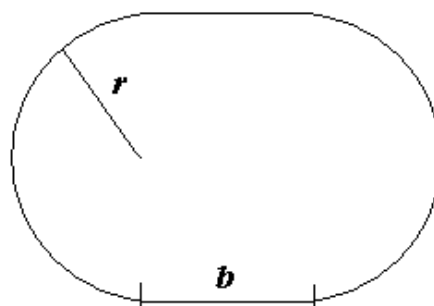
Determine a taxa de variação do seu volume  $V$

- quando só  $r$  varia. **Resp.:  $2(\pi + b)h\text{ cm}^3/\text{cm}$**

- quando só  $b$  varia. **Resp.:  $2rh\text{ cm}^3/\text{cm}$**

- quando só  $h$  varia. **Resp.:  $(\pi^2 + 2rb)\text{ cm}^3/\text{cm}$**

Qual a variação total de  $V$  quando  $r$  e  $b$  aumentam  $10\%$  enquanto que  $h$  diminui  $5\%$ ? **Resp.:  $15\%$**



Se o material do fundo custa ( por  $\text{cm}^2$  ) o triplo do material das superfícies laterais, calcule a variação do custo quando aumentamos a altura e o raio em  $6\%$  e diminuimos  $b$  em  $8\%$ .

**Resp.:  $R\$ (9\pi^2 - 3rb + 6\pi h - bh)p/25$ , onde  $p$  é o custo por  $\text{cm}^2$  da superfície lateral.**

Analise esta resposta se  $r = 10\text{cm}$ ,  $b = 15\text{cm}$  e  $h = 20\text{cm}$ .

**Resp.:  $R\$ (84\pi - 30)p \approx R\$ 233,89$  e  $p \approx 6,32\%$**