



Produto Interno

- Produto interno no espaço vetorial V é uma função de $V \times V$ em \mathbb{R} que a todo par de vetores $(u, v) \in V \times V$ associa um número real, indicado por $\mathbf{u \cdot v}$ ou $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$, tal que os seguintes axiomas sejam verificados:

P1) $\mathbf{u \cdot v = v \cdot u}$

P2) $\mathbf{u \cdot (v + w) = u \cdot v + u \cdot w}$

P3) $\mathbf{(\alpha u) \cdot v = \alpha(u \cdot v), \forall \alpha \in \mathbb{R}}$

P4) $\mathbf{u \cdot u \geq 0}$ e $\mathbf{u \cdot u = 0}$ se, e somente se, $\mathbf{u = 0}$.



Produto Interno

- Dos quatro axiomas decorrem as propriedades:

I) $\mathbf{0 \cdot u = u \cdot 0 = 0, \forall u \in V}$

II) $\mathbf{(u + v) \cdot w = u \cdot w + v \cdot w}$

III) $\mathbf{u \cdot (\alpha v) = \alpha(u \cdot v), \forall \alpha \in \mathbb{R}}$

IV) $\mathbf{u \cdot (v_1 + v_2 + \dots + v_n) = u \cdot v_1 + u \cdot v_2 + \dots + u \cdot v_n}$