EXERCÍCIOS – Produto Escalar

1) Mostrar que os pares de vetores dados são ortogonais: **a)** $\vec{v}$ = (1, –2, 3) e $\vec{w}$ = (4, 5, 2) **b)** $\vec{i}$ e $\vec{j}$

2) Dados os vetores $\vec{u}$ = (1, 1, 0) e $\vec{w}$ = (0, 1, 0), calcule o valor de $\vec{u} \cdot \vec{w}$ pelas definições algébrica e geométrica.
Sugestão: faça uma representação no $\mathbb{R}^3$ para auxiliar o cálculo de $\vec{u} \cdot \vec{w}$ através da definição geométrica.

3) Seja o triângulo de vértices A(–1, –2, 4), B(– 4, –2, 0) e C(3, –2, 1). Determinar o ângulo interno aos vértices B e A.

4) Os pontos A, B, C são vértices de um triângulo eqüilátero com lado de 10cm. Calcule o produto escalar entre $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$.

5) Verificar se existe ângulo reto no triângulo ABC, sendo A(2, 1, 3), B(3, 3, 5) e C(0, 4, 1).

6) Calcular "n" para que seja de 30º o ângulo entre os vetores $\vec{u}$ = (1, n, 2) e $\vec{j}$.

7) Dados os vetores $\vec{a}$ = (2, 1, m), $\vec{b}$ = (m+2, –5, 2) e $\vec{c}$ = (2m, 8, m), determinar o valor de "m" para que o vetor $\vec{a}+\vec{b}$ seja ortogonal ao vetor $\vec{c}-\vec{a}$.

8) Determinar os ângulos internos do triângulo de vértices A(2, 1, 3), B(1, 0, –1) e C(–1, 2, 1).

9) Sabendo que o ângulo entre dois vetores $\vec{u}$ = (2, 1, –1) e $\vec{v}$ = (1, –1, m+2) é $\pi/3$, determinar "m".

10) Provar que os pontos A(5, 1, 5), B(4, 3, 2) e C(–3, –2, 1) são vértices de um triângulo retângulo.

11) Qual o valor de "m" para que os vetores $\vec{a} = m\,\vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k}$ e $\vec{b} = (m+1)\,\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ sejam ortogonais?

12) Determinar o vetor $\vec{w}$, paralelo ao vetor $\vec{u}$ = (2, –1, 3), de modo que $\vec{w}\cdot\vec{u}$ = – 42.

13) Determinar um vetor unitário ortogonal ao vetor $\vec{v}$ = (2, –1, 1).

14) Os lados de um triângulo retângulo ABC (reto em Â) medem 5, 12 e 13. Calcular $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$.

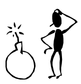
15) Determinar o vetor $\vec{v}$, sabendo que $|\vec{v}|$ = 5, $\vec{v}$ é ortogonal ao eixo Oz, $\vec{v}\cdot\vec{w}$ = 6 e $\vec{w} = 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

16) Determinar o vetor $\vec{v}$, ortogonal ao eixo Oz, que satisfaz as condições $\vec{v}\cdot\vec{v}_1$ = 10 e $\vec{v}\cdot\vec{v}_2$ = –5, sendo $\vec{v}_1$ = (2, 3, –1) e $\vec{v}_2$ = (1, –1, 2).

17) Determine o menor ângulo formado entre duas diagonais de um mesmo cubo. **Sugestão:** desenhe um cubo no $\mathbb{R}^3$.

☺ Teste sua atenção e organização com o exercício 18!

18) Dados os vetores $\vec{u}$ = (1, a, –2a –1), $\vec{v}$ = (a, a–1, 1) e $\vec{w}$ = (a, –1, 1), determine "a" tal que $\vec{u}\cdot\vec{v} = (\vec{u}+\vec{v})\cdot\vec{w}$.



19) Calcular o módulo dos vetores $\vec{u}+\vec{v}$ e $\vec{u}-\vec{v}$, sabendo que $|\vec{u}|$ = 4, $|\vec{v}|$ = 3 e que o ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é de 60º.

RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS – RESPOSTAS

1) Utilize o produto escalar! **2)** $\vec{u}\cdot\vec{w}$ = 1 **3)** $\hat{B}$ = 45º e $\hat{A}$ = 90º **4)** 50 **5)** Â **6)** $\pm\sqrt{15}$ **7)** {– 6, 3}

8) $\hat{A} = \arccos\frac{5}{\sqrt{63}} \cong 51º$, $\hat{B} = \arccos\frac{\sqrt{24}}{9} \cong 57º$ e $\hat{C} = \arccos\frac{2}{\sqrt{42}} \cong 72º$ **9)** – 4 **10)** $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = 0$ **11)** {–3, 2}

12) (– 6, 3, –9) **13)** Um deles é $\left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ **14)** 169 **15)** (4, 3, 0) ou (– 4, 3, 0) **16)**(–1, 4, 0)

17) Aprox. 70º **18)** a = 2 **19)** $\sqrt{37}$ e $\sqrt{13}$

Para refletir: Bem melhor arriscar coisas grandiosas mesmo expondo-se à derrota, do que formar fila com os pobres de espírito, os quais vivem nessa penumbra cinzenta, e não conhecem nem vitória, nem derrota. (Theodore Roosevelt)