

Questões de Transformações Lineares

1) Verifique se as transformações dadas são lineares:

a) $T(x, y) = (3x, x-y, 4y)$

b) $T(x, y, z) = (3x, xy)$

c) $T(x, y) = \begin{pmatrix} x & y-1 \\ 0 & x+2 \end{pmatrix}$

d) $T(x, y, z) = 3x + 4y$

2) Que **matriz** representa o resultado das seguintes duas transformações em \mathbb{R}^2 ?

⇒ primeira = reflexão no eixo **OY**;

⇒ segunda = giro (do vetor refletido) de 30° no sentido horário.

3) **Encontre** a transformação linear $S: M_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que

$$S \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = [2, 0, 5]; \quad S \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = [0, -1, 3];$$

$$S \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = [3, 0, 0] \text{ e } S \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = [1, 0, -2]$$

4) Que vetores do plano, depois de rotacionados de 90° (no sentido horário) ficam com abscissa triplicada ?

5) Que vetor do plano, cisalhado por $C[x, y] = [x, x-2y]$ dá o mesmo que rotacionado de 90° (horário) ?
 Desenhe dois deles (sem que tenham o mesmo sentido) com seus respectivos transformados.

6) **Quais** os vetores $[x, y]$ do \mathbb{R}^2 , que transformados por $T[x, y] = [5y - 4x/3, 2x/9 - y/3]$ ficam ampliados / reduzidos (na mesma direção) ? em **quantas** vezes ?

7) Se $T[1, 2] = (1, 5)$ e $T[0, 1] = (-1, 2)$, então $T[a, b] = ?$ e qual a sua **inversa** ?

8) Se T é linear, $T \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = [3, 0]$ e $T \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = [1, 1]$, então $T \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix} = ?$ e qual a sua **inversa** ?

9) Se $[2, -5]$ e $[-3, 7]$ são os auto vetores de R com relação aos auto valores -1 e 0 , então $R[x, y] = ?$

10) **Calcule** os auto vetores do operador $[x, y, z] \rightarrow [2x + y + 3z, 4y + 2z, 10y - 4x]$