Espaços Vetoriais

- Em relação à Adição:

A_1) $(u + v) + w = u + (v + w), \forall u, v, w \in V$

A_2) $u + v = v + u, \forall u, v \in V$

A_3) $\exists\, 0 \in V, \forall u \in V, \ u + 0 = u$

A_4) $\forall u \in V, \exists\, (-u) \in V, u + (-u) = 0$

Espaços Vetoriais

- Em relação à Multiplicação por Escalar:

M1) $(\alpha\beta)u = \alpha(\beta u)$

M2) $(\alpha + \beta)u = \alpha u + \beta u$

M3) $\alpha(u + v) = \alpha u + \alpha v$

M4) $1u = u$

$\forall u, v \in V$ e $\forall\, \alpha, \beta \in IR$

Espaços Vetoriais

Propriedades dos Espaços Vetoriais

I) Existe um único vetor nulo em V.

II) Cada vetor $u \in V$ admite apenas um simétrico $-u \in V$.

III) Para quaisquer u, v, w $\in$ V, se $u + w = v + w$, então $u = v$.

IV) Qualquer que seja v $\in$ V, tem-se: $-(-v) = v$, isto é, o oposto de –v é v.

V) Quaisquer que sejam u, v $\in$ V, existe um e somente um x, tal que $u + x = v$.

Espaços Vetoriais

VI) Qualquer que seja v $\in$ V, $0v = 0$. O primeiro zero é um *número real* e o segundo zero é um *vetor nulo*.

VII) Qualquer que seja k $\in$ IR, $k0 = 0$.

VIII) $kv = 0$, implica $k = 0$ ou $v = 0$.

IX) Qualquer que seja v $\in$ V, $(-1)v = -v$.

X) Quaisquer que sejam v $\in$ V e k $\in$ IR,

$$(-k)v = k(-v) = -(kv).$$